

Connaitre :

- Les fonctions usuelles : ln, exp, puissances, racine carrée, fonction inverse, logarithmes et exponentielles de base a , fonctions circulaires sinus, cosinus .
- Tout sur les suites arithmétiques et géométriques : Définitions, caractérisation, formules de l'expression de u_n en fonction de u_p , où n et p sont deux entiers naturels quelconques. Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique (notamment la somme des entiers de 1 à n) et d'une suite géométrique à l'aide d'une phrase " en français ").
- Le principe du raisonnement par récurrence (rédaction type).
- Les formules de trigonométrie.

Compléter :

Formules d'addition :

$$\cos(a + b) = \dots$$

$$\cos(a - b) = \dots$$

$$\sin(a + b) = \dots$$

$$\sin(a - b) = \dots$$

Formules de duplication :

- Utiliser les formules ci-dessus pour obtenir $\cos 2x$ et $\sin 2x$ en fonction de $\sin x$ et $\cos x$

$$\cos(2x) = \dots$$

$$\sin(2x) = \dots$$

- Exprimer $\cos(2x)$ en fonction de $\cos x$:

$$\cos(2x) = \dots$$

- Exprimer $\cos(2x)$ en fonction de $\sin x$

$$\cos(2x) = \dots$$

- En déduire les expressions de $\cos x + 1$ et $\cos x - 1$ en fonction de $\cos \frac{x}{2}$ et $\sin \frac{x}{2}$:

$$\cos x - 1 = \dots$$

$$\cos x + 1 = \dots$$

Equations trigonométriques :

$$\sin x = \sin a \Leftrightarrow \dots$$

$$\cos x = \cos a \Leftrightarrow \dots$$

$$\tan x = \tan a \Leftrightarrow \dots$$

Exercice 1

Exprimer en fonction de n , les sommes suivantes :

a. $\sum_{i=1}^n i$ b. $\sum_{k=1}^n \frac{2^k}{3^{k+2}}$ c. $\sum_{k=0}^n (3k + 5)$
d. $\sum_{k=0}^n e^{ikx}$ et en déduire $\sum_{k=0}^n \cos kx$ et $\sum_{k=1}^n \sin kx$

Exercice 2

Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ à partir d'un certain rang, on a : $0 \leq \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^n}$

Exercice 3

- Exprimer $\cos^2 x$ en fonction de $\tan^2 x$. On note $t = \tan \frac{x}{2}$, pour tout réel $x \neq (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, pour tout entier relatif k .

Exprimer alors $\sin x$ et $\cos x$ en fonction de t .

- En déduire que pour tout point M d'affixe $z = x + iy$, du cercle trigonométrique tel que $z \neq -1$, il existe un réel t tel que $y = \frac{2t}{1+t^2}$ et $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$.

Exercice 4

Résoudre dans \mathbb{R} , puis dans $[-\pi, \pi[$ les équations suivantes :

- $\sin(3x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos x = \sin(4x)$