Sup PTSI Lycée Dumont d' Urville 2018-2019

Connaître :

- Les fonctions usuelles : $\ln, exp, puissances$, *racine carre*, *fonction inverse*, *logarithmes* et *exponentielles de base a*,*fonctions circulaires sinus*, *cosinus* .
- Tout sur les suites arithmétiques et géométriques : Définitions, caractérisation, formules de l'expression de u_n en fonction de u_p, où n et p sont deux entiers naturels quelconques.

Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique (notamment la somme des entiers de 1 à n) et d'une suite géométrique à l'aide d'une phrase " en français ").
- Le principe du raisonnement par récurrence (rédaction type).
- Les formules de trigonométrie.

Compléter :

Formules d'addition :

$\cos(a+b)$=.. .
$\cos(a-b)$=.. .
$\sin(a+b)$=...
$\sin(a-b)$=...

Formules de duplication :

- Utiliser les formules ci-dessus pour obtenir $\cos 2x$ et $\sin 2x$ en fonction de $\sin x$ et $\cos x$
$\cos(2x)$ =...
$\sin(2x)$ = ...

- Exprimer $\cos(2x)$ en fonction de $\cos x$:
$\cos(2x)$ =...

- Exprimer $\cos(2x)$ en fonction de $\sin x$
$\cos(2x)$ =...

- En déduire les expressions de $\cos x + 1$ et $\cos x - 1$ en fonction de $\cos \frac{x}{2}$ et $\sin \frac{x}{2}$:
$\cos x - 1$ =...
$\cos x + 1$ =...

Equations trigonométriques :

$\sin x = \sin a \Leftrightarrow$ ...
$\cos x = \cos a \Leftrightarrow$ ...
$\tan x = \tan a \Leftrightarrow$ ...

Exercice 1

Exprimer en fonction de n, les sommes suivantes :

a. $\sum_{i=1}^{n} i$ **b.** $\sum_{k=1}^{n} \frac{2^k}{3^{k+2}}$ **c.** $\sum_{k=0}^{n}(3k+5)$

d. $\sum_{k=0}^{n} e^{ikx}$ et en déduire $\sum_{k=0}^{n} \cos kx$ et $\sum_{k=1}^{n} \sin kx$

Exercice 2

Démontrer que :$\forall n \in \mathbb{N}$ à partir d'un certain rang, on a : $0 \leq \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^n}$

Exercice 3

1. Exprimer $\cos^2 x$ en fonction de $\tan^2 x$. On note $t = \tan \frac{x}{2}$, pour tout réel $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$, pour tout entier relatif k.
   Exprimer alors $\sin x$ et $\cos x$ en fonction de t.
2. En déduire que pour tout point M d'affixe $z = x + iy$, du cercle trigonométrique tel que $z \neq -1$, il existe un réel t tel que $y = \frac{2t}{1+t^2}$ et $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$.

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $[-\pi, \pi[$ les équations suivantes :

1. $\sin(3x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\cos x = \sin(4x)$